

## **CAPÍTULO 01**

### **Etnomatemática e os Espaços de Representação**

A matemática é uma linguagem que está relacionada à cognição humana e ao processo de elaboração de conhecimento. Através dos desenhos, imagens, gráficos, diagramas e esquemas, verificamos que nossa percepção visual é carregada de princípios abstratos, lógicos e matemáticos. Deste modo encontramos muitos pontos de similaridades entre Artes e Matemática, especialmente, quando observamos estas duas áreas de conhecimento sendo modificado pelas mídias que criamos ao longo da história.

#### **1. A Etnomatemática**

Neste momento inicial, o enfoque de nossa reflexão tem como base a cultura ocidental. Porém, iniciaremos nossas discussões a partir de outras culturas e etnias. Ubiratan D' Ambrósio (1990), a partir da noção de “Etnomatemática”, afirma que o conhecimento matemático está presente em todas as formas culturais e que, ao manejar números, quantidades, medidas, relações geométricas, imagens, padrões de representações e os conceitos matemáticos, estamos fazendo “Etnomatemática”. Para ele, este conhecimento situa-se numa transição entre a matemática convencional e a antropologia cultural. E assim, a raiz de nosso conhecimento é, na verdade,

uma etnomatemática que se originou e desenvolveu na Europa, tendo recebido algumas contribuições das civilizações indiana e islâmica e que chegou à forma atual nos séculos XVI e XVII, e então, levada e imposta a todo o mundo a partir do período colonial. Hoje adquire um caráter de universalidade, sobretudo em virtude do predomínio da ciência e da tecnologia modernas, desenvolvidas a partir do século XVII na Europa. (D'Ambrosio, 2000, p. 112)

Observemos então a “Etnomatemática” aplicada aos aspectos da cultura não ocidental relativa à topologia das imagens produzidas nas pinturas rupestres, às produções dos chapéus côncavos e convexos da cultura Chilkat e relativa aos padrões lógicos que formam as tramas das carteiras de palha da cultura africana.

## **2. Aspectos relativos à topologia das imagens**

O registro do pensamento, em algum tipo de imagem, sobre algum tipo de suporte, vem sendo realizado pelos homens desde a pré-história. Junto com estas representações temos a necessidade de determinar parâmetros para realizá-las. São conhecidas as imagens dos touros gravadas nas pedras da caverna de Lascaux, na França, com 5 metros de comprimento. E, parece fácil compreender que, para realizá-las, sempre foi necessário um conhecimento técnico e um procedimento lógico-matemático espacial a fim de conceber representações tão grandes, com suas devidas proporções. Para utilizar óxido mineral, ossos carbonizados, carvão vegetal e o sangue dos animais abatidos na caça com a intenção de representar imagens nas pedras, o homem necessitou planejar esta tarefa, assim como, também planejou a lógica de suas representações.

A modelagem lógica das imagens dos touros exigiu um princípio topológico de representação que, por sua vez, era a forma imagética para fixar uma representação, um desenho, ou ainda, era a forma xamânica, mística ou religiosa para dominar os animais, facilitando sua caça. (SOGABE, 1996, pp. 59-64)

Os homens da pré-história acreditavam que as imagens serviam para delinear as ações do dia a dia. Desde os primeiros registros as imagens já possuíam a característica de serem científicas. Além de estabelecerem as formas de nossos modelos de representação, através de regras de proporcionalidade, também serviam para contabilizar as pessoas, os animais e as coisas do cotidiano. Assim, o homem se mostrava científico desde a pré-história. Primeiro rudimentarmente com seus registros nas pedras e depois, com representações mais detalhadas das imagens das plantas, da anatomia humana e animal, atribuindo a característica de ser um registro do olhar, isto é, a imagem é semelhante ao olhar (SOGABE, 1996). Inicialmente, as imagens e as estruturas geométricas que organizavam as nossas representações em desenhos e pinturas, eram executadas somente com técnicas artesanais e manuais.

Os estudos preparatórios dos elementos utilizados em suas pinturas [Leonardo da Vinci], como os das pesquisas de plantas para 'Leda and the Swan' (Meyer, 1989), foram os resultados de uma observação apurada da natureza e de um registro preciso das plantas, nos mínimos detalhes. Esses registros, buscando uma fidelidade maior com o real,

iniciam também a necessidade de um olhar mais minucioso sobre a natureza revelando, em consequência, novos conhecimentos. (SOGABE, 1996, p. 62).

É trivial deduzir que as imagens encontradas desde a pré-história até recentemente, passando pelos egípcios, babilônios e gregos, possuem características topológicas e a capacidade de representar quantidades, mensurar proporções ou, até de, simplesmente, identificar padrões de repetição estilizados nas formas que apresentam. No Parque Nacional da Serra da Capivara, no Brasil, encontramos grafismos rupestres que nos possibilitam constatar que as imagens produzidas pelo homem pré-histórico, no sítio arqueológico de São Raimundo Nonato, no Piauí, contêm elementos que permitem inferir sobre relações de dimensionalidade, proporcionalidade e espacialidade das imagens. Os animais e seres humanos representados, mesmo aqueles mais estilizados, possuem proporções facilmente identificáveis nos traços, que mostram a intenção em quantificar e mensurar as figuras humanas e animais em suas representações.



---

**Figura 01**- Pintura Rupestre - Grande Cervo - Toca do Salitre. 8000 - 7000 a.C., Piauí, Brasil. In Peintures pré historiques du Brésil, de Niède Guidon, Hérissé - Érreux, France, 1991, p. 57.

---

A partir da pesquisa de Niède Guidon (1991), as representações rupestres existentes no Parque Nacional Serra da Capivara e estão cronologicamente distribuídas em: Tradição Nordeste (12.000-6.000 anos BF - Before Present), Agreste (6.000-4.000 anos BP) e Geométrica (5.000-4.000 anos BP) e duas de gravuras: Itacoatiaras do Leste e Itacoatiaras do Oeste. (GUIDON, 1991) Nas representações da Tradição Geométrica, caracterizadas por uma predominância de grafismos topológicos, que, para nós ocidentais, representam formas e figuras

geométricas, como círculos, triângulos e retângulos, vamos encontrar uma tendência à “*geometrização*” e um grafismo abstrato e topológico.

Estas representações “*geométricas*” carregam, em si, uma grande variedade de possibilidades interpretativas, por isso, hoje são vista com muito cuidado em relação ao que significam. Estas características à “*geometrização*” também podem ser encontradas nas representações da Tradição Nordeste e Agreste neste sítio arqueológico. Porém, num estudo mais detalhado sobre elas, realizado por Martin (1997), vamos encontrar, associados a estes grafismos “*geométricos*”, relações espaço-corporais, sistemas de contagem, relações com os corpos celestes e com os calendários lunares.



---

**Figura 02** - Pintura Rupestre - Cena de Sexo – Toca do Caldeirão do Rodrigues I.  
8000 – 7000 a.C., Piauí, Brasil. In: Peintures pré historiques du Brésil,  
de Nièd Guidon, Hérisséey – Érreux, France,1991, p. 59.

---

Anne-Marie Pessis (1987) comenta que neste sítio arqueológico do Parque Nacional Serra da Capivara, convém fazer uma distinção entre as formas gráficas de representação que mostram as profundidades espaciais e as que não mostram. A construção de cada uma delas é relativa ao objeto tridimensional e trata das projeções sobre o plano, tomando como base um objeto em relação ao outro e suas profundidades. É possível afirmar que a representação dos objetos se dá através da

representação gráfica associada a certos fatores estruturais da visualidade e dos modos de representação bidimensional.

A representação em perspectiva aparece, na história do homem, somente com os Egípcios, Babilônios, Gregos e Etruscos, e os resultados gráficos são soluções que ressaltam a tridimensionalidade das formas (PESSIS, 1987, p. 68). Em certas composições das representações rupestres da Tradição Nordeste, a relação sexual que é representada mostra parceiros que recebem o mesmo tratamento no espaço topológico gráfico. A composição é feita segundo um ponto de vista que expõem a identidade sexual dos dois atores e sua relação sexual. As rochas que são os suportes destas pinturas mostram que as figuras humanas são desenhadas como se estivessem na superfície do solo, na qual as duas pessoas interagem sexualmente.

O estudo dos grafismos de ação da Tradição Nordeste permite constatar que, segundo as modalidades estilísticas, os autores recorrem às diversas soluções para estabelecer as relações de profundidade entre os elementos da composição pictural. Vemos várias formas de tratamento do espaço e da representação de profundidade entre os componentes do agenciamento pictural. Um destes procedimentos consiste na superposição de diferentes planos paralelos horizontais aos quais são dispostos componentes de uma representação, de tal sorte que parece achatado sobre o plano bidimensional, a percepção da profundidade exige do observador um ato imaginário de destacamento da figura. A partir desta operação de base, os procedimentos utilizam os recursos de obliquidade que contribuem para produzir uma verdadeira percepção de profundidade, pois significa um crescendo e decrescendo, do momento que é visto, como um desvio ou aproximação gradual da posição estável da verticalidade e horizontalidade. (PESSIS, 1987, p. 69)

Nestas formas de representação gráfica podemos constatar claramente as estruturas lógico-matemáticas de caráter topológico que são necessárias para elaborar estas pinturas. Apesar delas serem realizadas sobre as pedras, que são suportes tridimensionais, podemos observá-las como representações bidimensionais que, facilmente, poderiam ser realizadas em folhas de papel. Elas exigem uma concepção do espaço topológico que, certamente, tem dimensionalidade e proporcionalidade. Estas são características das estruturas lógicas e matemáticas destas imagens. Estes registros cravados nos diversos tipos de suportes usados na pré-história possuem estruturas topológicas e, portanto, lógicas e matemáticas, ao serem elaborados.

Na figura a seguir observamos uma das mais belas representações com imagens de homens, animais e muitas formas repetidas, mostrando as noções topológicas nas quais identificamos a espacialidade corporal e sistemas de contagem e quantificação. Esta imagem, realizada na Toca do Boqueirão do Sítio da Pedra Furada, em São Raimundo Nonato, no Parque Nacional Serra da Capivara, foi produzido por Marcelo da Costa Souza, que utiliza recursos computacionais para digitalizá-la. O processo de obtenção desta imagem e seu tratamento gráfico, através dos meios de produção eletro-eletrônicos, suscitam uma série de possibilidades interpretativas, pois, somente assim, podemos observar elementos que, apenas são possíveis com o uso dos computadores. Este processo permite uma ampliação da resolução gráfica da imagem que só é limitada pelo tamanho do arquivo a ser gravado no computador, isto é, extrapola a limitação da resolução gráfica do processo fotográfico. Com isso, podemos identificar imagens gravadas nas pedras que a olho nu não seriam possíveis de serem visualizadas.



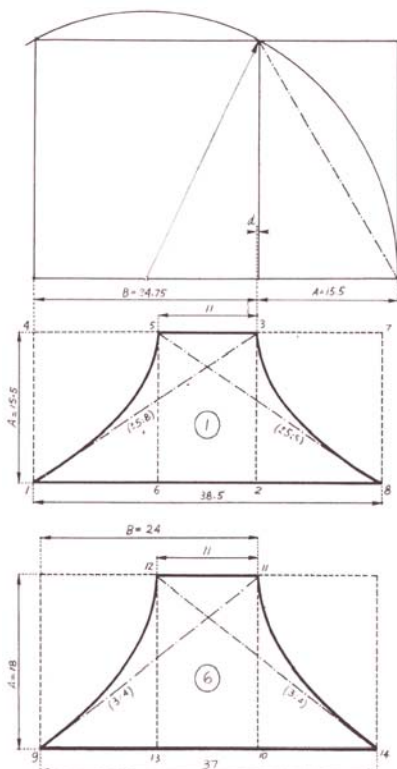
---

**Figura 03** - Pintura Rupestre - Detalhe de Cena Cotidiana  
Toca do Boqueirão do Sítio da Pedra Furada.  
5000 – 3000 a.C., Piauí, Brasil. In *Peintures préhistoriques du Brésil*,  
de Nièd Guidon, Hérissé – Érreux, France, 1991, p. 106.

---

### 3. Aspectos relativos às produções de imagens

Às vezes são imagens e representações bidimensionais, outras vezes são esculturas e peças tridimensionais, de fato, usamos uma grande variedade de suporte para representar as imagens criadas por nós. Observemos agora os chapéus côncavos e convexos dos índios norte-americanos do noroeste do Pacífico. Os côncavos foram realizados pelos índios Makan e outros povos Nootka, e os convexos pelos Tlingit, Haida e Kwakiutl. Nas imagens extraídas do livro *“O poder dos limites: harmonia e proporções na natureza, arte e arquitetura”* (DOCZI, 1990, p.14), verificamos que os índios americanos, ao elaborarem suas cestas, utensílios domésticos e vestimentas, fundamentam seus modelos topológicos de representação no ato da elaboração de seus objetos de uso diário. Suas imagens são produzidas na construção dos objetos de palha e nas imagens colocadas sobre eles.



**Figura 04** - Chapéu Côncavo e Convexo dos Índios Americanos. In: *O Poder dos Limites: Harmonias e Proporções na Natureza, Arte e Arquitetura*, de György Doczi, Ed. Mercuryo, São Paulo, 1981, p.14.

**Figura 05** - Análise proporcional de chapéus trançados do tipo convexo. In: *O Poder dos Limites: Harmonias e Proporções na Natureza, Arte e Arquitetura*, de György Doczi, Editora Mercuryo, São Paulo, 1981, p. 16.

As aranhas tecedeiras constroem suas teias começando por fios retos que juntam no centro. Em seguida, tecem espirais ao redor desses fios, que se alargam em órbitas cada vez mais amplas. Cesteiros trabalham em um padrão dinérgico semelhante. Inicialmente fibras duras, a urdidura, são amarradas em um ponto que será o centro do cesto. Em seguida, fibras flexíveis – a trama – são trançadas por

cima e por baixo da urdidura, de forma rotativa. Em cestos feitos em caracol, uma fibra resistente, porém flexível, toma lugar da urdidura reta; ela é cosida, ao longo das linhas radiantes, com uma trama fina, com auxílio de uma agulha. Por causa da natureza dinérgica do processo de trabalho, é fácil reconstruir os contornos de um cesto. (DOCZI, 1990, pp. 14-16)

Doczi afirma que nos chapéus côncavos encontram-se relações como as proporções áureas e nos chapéus convexos relações como o Teorema de Pitágoras. Estas estruturas lógicas podem ser identificadas nos esquemas diagramáticos dos chapéus elaborados ao lado que mostram as formas dos chapéus trançados, reconstruídas pelo método dinérgico de raios e círculos (DOCZI, 1990, p. 16). Estas tramas e urdiduras nos remetem às similaridades e simetrias que sempre buscamos ao observar objetos.



---

**Figura 06** - Manta Chilkat – Museu de História Natural, Chicago, Illinois.

---

O próprio texto de Doczi aborda as proporções encontradas nas mantas cerimoniais dos Chilkat, em seus mínimos detalhes. Nelas encontramos uma sucessão de olhos e de formas ovoides, que também são encontrados nos chapéus, são representações esquemáticas e estilizadas. É óbvio que estas formulações e relações lógicas matemáticas com base em proporções e no Teorema de Pitágoras não foram utilizadas com estes fundamentos pelos índios norte-americanos,



porém, alguns procedimentos lógicos, matemático e topológico, semelhantes aos utilizados nas imagens rupestres, são necessários na construção destas peças artesanais.

Deixando de lado estas representações que foram realizadas de forma independente dos rigores matemáticos da cultura ocidental, vamos retomar o pensamento de Ubiratan D'Ambrosio e constatar que em muitas civilizações do passado, como as dos astecas, dos maias, dos incas, das que habitaram as planícies da América do Norte, da Amazônia, da África subequatorial, dos vales dos Indus, do Ganges, do Yang-Tsé e da Bacia do Mediterrâneo, desenvolveram importantes princípios no campo da matemática. Introduzindo o próximo aspecto que queremos analisar neste texto; são as questões lógicas dos modelos matemáticos.

A civilização egípcia, que à cerca de 5.000 AP (antes do presente), deu origem a conhecimentos utilitários e especiais na matemática (D'AMBROSIO, 2000, p. 34), está baseada em representações que tratavam das medidas das terras e de aspectos relativos à astronomia. Os egípcios constataram que as inundações do Rio Nilo ocorriam depois que Sirius, a estrela do cão que aparecia a leste, logo após o nascer do Sol (BOYER, 1974, p. 9). Após 365 dias, esta situação de alagamento das terras do Egito, voltava a acontecer e, assim, os egípcios elaboraram um calendário solar que avisava sobre as inundações. Eles utilizaram procedimentos matemáticos de registro do tempo e praticavam uma matemática utilitária, assim como os povos da margem superior do Mediterrâneo, os gregos, também usavam a matemática da mesma forma. No entanto,

ao mesmo tempo, desenvolveram um pensamento abstrato, com objetivos religiosos e rituais. Começa assim um modelo de explicação que vai dar origem às ciências, à filosofia e à matemática abstrata. É muito importante notar que duas formas de matemática, uma que poderíamos chamar de utilitária e outra, matemática abstrata (ou teórica ou de explicações), conviviam e são perfeitamente distinguíveis no mundo grego (D'AMBROSIO, 2000, p. 35).

Nosso objetivo ao abordar aspectos matemáticos de momentos precedentes aos da cultura ocidental e de culturas diferentes da nossa, não é de reconstruir a história da matemática ocidental, mas simplesmente, de apresentar algumas reflexões sobre as imagens e as matemáticas produzidas por estas culturas. Poderíamos, ainda, estar destacando aspectos matemáticos da Grécia e de Roma,

no tempo de Platão e Aristóteles, ou analisar profundamente “Os Elementos” de Euclides, ou ainda, tecer comentários sobre os trabalhos realizados por Pitágoras e por seus seguidores, enfim, observar os vários momentos da história e da matemática da Antiguidade. No entanto, preferimos abordar temas que, aparentemente, estão isolados entre si, porém totalmente conectados através da cultura e suas formas de produção que nos conduz à “Etnomatemática”. (D’AMBROSIO, 2000).

#### 4. Aspectos relativos à lógica das imagens

O último aspecto que queremos analisar destas culturas e etnias não ocidentais são às relações geométricas obtidas na construção das carteiras de mão trançadas, chamadas de “*sipatsi*”, da Província de Inhambane, em Moçambique. Paulus Gerdes e Gildo Bulafo. Eles mostram que as cestarias moçambicanas produzem padrões geométricos de construção das tramas dos “*sipatsi*”. O seu texto, “*Sipatsi: tecnologia, arte e Geometria em Inhambane*” (1994), que tomaremos como base, expõe a forma de se construir carteiras de mão trançadas, aproveitando os princípios lógicos das tramas.



---

**Figura 07** - Carteira trançada de mão - Siptasi. In SIPATSI Tecnologia, Arte e Geometria em Inhambane, de Paulo Gerdes e Gildo Bulafo, Imprensa Globo, Maputo, Moçambique, 1994.

---

A coleta de dados com as cesteiras e os cesteiros, para a realização do trabalho de análise das formas geométricas construídas nos “*sipatsi*”, de Moçambique, foi realizada nos distritos de Morrumbene, Maxixe e Jangamo, na Província de Inhambane. Segundo Gerdes e Bulafo, a execução das cestarias é um trabalho originariamente feminino. As mulheres também se dedicam ao cultivo das machambas, à cozinha, ao transporte de água e à educação das crianças. Os homens se dedicam à pesca do camarão e à construção de casas. Porém, hoje, com

a necessidade de aumentar a renda das famílias e o grande interesse despertado por este tipo de artesanato, têm aparecido vários cesteiros que se dedicam profissionalmente à execução das tramas e urdiduras das carteiras “*sipatsi*”.

A grande maioria dos padrões de fitas dos “*sipatsi*” é produzida baseando-se nas relações simétrica possíveis nas tecelagens. As carteiras e as cestas são construídas a partir de uma torção de  $45^\circ$  ou  $135^\circ$ , com simetria axial, isto é, o eixo utilizado para elaboração das figuras obedece a perpendicularidade das faixas. Esta é uma das formas de elaborar as peças de palha fina e maleável de um tipo de palmeira. Segundo Gerdes e Bulafo são vários os padrões de tecelagem elaborados pelos moçambicanos, porém, as tramas respeitam um padrão de simetria definida no plano bidimensional e suas possibilidades de execução limitada pela necessidade de trançar.



---

**Figura 08** - Modelagem possível em carteiras trançadas de mão - Siptasi. In SIPATSI Tecnologia, Arte e Geometriaem Inhambane, de Paulo Gerdes & Gildo Bulafo, Imprensa Globo, Maputo, Moçambique, 1994.

---

Para Gerdes e Bulafo, o eixo indicado é perpendicular à direção da fita.

Geralmente diz-se que um padrão-de-fita com eixo de simetria, perpendicular à direção da fita, apresenta uma simetria vertical. O padrão é invariante sob uma reflexão no eixo vertical. A palavra vertical é adequada se o livro em que se encontra a figura estiver numa posição vertical, por exemplo, colocado num estante: quando estiver assim, é de fato vertical. (GERDES; BULAFO, 1994, p. 79)

Existem vários eixos verticais encontrados nas formas tramadas. Poderíamos dizer ainda, que os eixos de simetria são infinitos, já que as representações são fitas e poderiam se prolongar indefinidamente se assim o desejássemos. Este é apenas um dos exemplos das simetrias encontradas nas “*sipatsi*”, pois como as formas geométricas são construídas nas tramas e urdiduras das palhas tecidas, facilmente compreendemos que os desenhos e formas sempre obedecem às direções  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $135^\circ$  e  $180^\circ$ , obrigatórias na execução das tranças do “*sipatsi*”.

A noção de simetria nas figuras geradas por este sistema de representação geométrica das carteiras de Moçambique é um modelo determinado fundamentalmente pela lógica da trama das fitas de palha. E, de fato, os axiomas lógicos que definem os modos possíveis de construção das formas geométricas das carteiras, são elaborados diante do ato de se tramar as próprias produções realizadas em tecelagem.

Verificamos que a série de figuras gerada através dos paralelogramos dentados é equivalente a oito por treze, ou seja, oito tiras oblíquas, sendo cada uma delas composta por treze quadrados. Isto forma um período fixo no qual os desenhos produzidos se repetem e, assim, as formas são confeccionadas nas possibilidades desta estrutura. Gerdes e Bulafo elaboraram a classificação lógica das formas geométricas apresentadas nas carteiras, na qual é possível distinguir sete classes distintas de padrões. Segundo estes dois autores, as fitas podem ser:

- 1) Padrões-de-fita que apresentam ao mesmo tempo uma simetria vertical, uma horizontal e uma rotacional de 180 graus;
- 2) Padrões-de-fita que apresentam ao mesmo tempo uma simetria vertical, uma simetria translacional-refletida e uma rotacional de 180 graus;
- 3) Padrões-de-fita que apresentam ao mesmo tempo uma simetria vertical;
- 4) Padrões-de-fita que apresentam ao mesmo tempo uma simetria horizontal;
- 5) Padrões-de-fita que apresentam uma simetria rotacional de 180 graus;
- 6) Padrões-de-fita que são apenas invariantes sob uma reflexão translada (ou sob uma translação refletida);
- 7) Padrões-de-fita que são apenas invariantes sob uma translação e que não apresentam nenhuma outra simetria (Gerdes; Bulafo, 1994, pp. 79-80).

A noção de simetria gerada por este sistema de representação geométrico das carteiras de Moçambique é um modelo determinado logicamente pelas tramas das fitas de palha. E, de fato, os axiomas lógicos que definem os modos possíveis de construção das formas geométricas das carteiras, são elaborados pelo ato de se tramar e de se perceber as consistências da própria estrutura da tecelagem.

Verificamos que a série de figuras gerada através dos paralelogramos dentados é equivalente a oito por treze, ou seja, oito tiras oblíquas, sendo que elas são compostas por treze quadrados. Isto forma um período fixo no qual os desenhos produzidos se repetem e, assim, as formas são confeccionadas nas

possibilidades desta estrutura. Na figura a seguir pode se verificar a estruturas das tramas que fazem os cesteiros.



---

**Figura 09** - Desenho realizado no "sipatsi" com padrões construídos a partir da trama da palha.

---

No final do livro de Gerdes e Bulafo vemos elaboradas as possibilidades de padrões das fitas para dimensões  $2 \times 3$ ,  $2 \times 4$ ,  $4 \times 3$ ,  $5 \times 3$  e  $3 \times 4$  mostrando que os padrões que formam são em número limitado em função da relação que adotamos para os quadrados horizontais e verticais. Já em outro livro, "*Explorations in ethnomathematics and ethnoscience in Mozambique*" (1994), organizado por Paulus Gerdes, vamos encontrar vários autores refletindo sobre as questões matemáticas e educacionais relativas às ciências nas produções africanas do século 21. Todos os textos abordam a ciência "*etnomatemática*" e aspectos matemáticos da linguagem e da aritmética mental dos africanos, em especial, sobre a cultura realizada em Moçambique.